

令和2年度 沖縄尚学高等学校 一般入学試験 (A方式)

模範解答

数学

1	(1)	$-\frac{1}{5}$	(2)	0
	(3)	$1+a^2$	(4)	$8\sqrt{3}$
	(5)	$(x-6)(x+8)$	(6)	$x=3\pm\sqrt{14}$
	(7)	$n=21$	(8)	9 通り
	(9)	3:2		

2	(1)	$x=50$	
	(2)	(ア) 2 時間 15 分	(イ) 時速 195.5 km

3	(1)	$y=x+6$	(2)	C (3 , 9)
	(3)	4:5	(4)	32π

4	(1)	$3\sqrt{3}$	(2)	$9\sqrt{3}$
	(3)	$2\sqrt{6}$	(4)	$18\sqrt{2}$

令和2年度 一般入学試験(A方式) 解説

1

$$(1) \frac{4}{5} + \frac{1}{6} \div \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) = \frac{4}{5} + \frac{1}{6} \div \left(\frac{8}{6} - \frac{9}{6}\right)$$

$$= \frac{4}{5} + \frac{1}{6} \div \left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$= \frac{4}{5} - 1 = -\frac{1}{5}$$

答え: $-\frac{1}{5}$

$$(2) \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{75}} - \frac{\sqrt{105}}{5\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{15}}{5\sqrt{7}}$$

$$= \frac{\sqrt{15}}{5} - \frac{\sqrt{15}}{5} = 0$$

答え: 0

$$(3) (1-a)(1+a) + 2a^2 = 1 - a^2 + 2a^2$$

$$= 1 + a^2$$

答え: $1+a^2$

$$(4) x=2+\sqrt{3}, y=2-\sqrt{3} \text{ のとき}$$

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

$$= 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

答え: $8\sqrt{3}$

$$(5) (x-5)(x+7) - 13 = x^2 + 2x - 35 - 13$$

$$= x^2 + 2x - 48 = (x-6)(x+8)$$

答え: $(x-6)(x+8)$

$$(6) \text{両辺を3倍して}$$

$$x^2 - 6x - 5 = 0$$

2次方程式の解の公式を適用して

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} = \frac{6 \pm \sqrt{56}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{14}}{2} = 3 \pm \sqrt{14}$$

答え: $x=3\pm\sqrt{14}$

$$(7) \sqrt{\frac{756}{n}}$$
 が自然数になるためには $\frac{756}{n}$ が平方数であればよい。756を素因数分解すると
$$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$$

なので、756を3と7の積で割るとよい。つまり、最小なnの値は

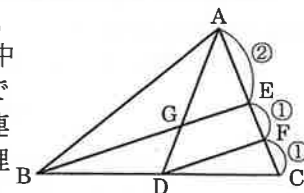
$$n = 3 \times 7 = 21$$

答え: $n=21$

- (8) 大きいサイコロの目をa, 小さいサイコロの目をbとしたときのa+bの値が4の倍数になるのは
- a+b=4のとき (a,b)=(1,3),(2,2),(3,1)
- a+b=8のとき (a,b)=(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)
- a+b=12のとき (a,b)=(6,6)
- 以上の9通りある。

答え: 9通り

- (9) $\triangle BCE$ において、点Dは辺BCの中点で、 $BE \parallel DF$ であるから、中点連結定理の関連定理より、
- $CF:FE=1:1$
- 次に、点Eは辺CAの中点であるから、 $CE:EA=1:1$ である。よって、 $AF:AE=3:2$
- ここで、 $DF \parallel GE$ であることから $\triangle ADF$ と $\triangle AGE$ は相似な三角形で相似比は3:2である。よって、 $DF:GE=3:2$



答え: 3:2

- 2
- (1) 濃度10%のAの食塩水100gに含まれる食塩の量は、
- $$100 \times \frac{10}{100} = 10$$
- より10gであり、Aからxg取り出した中に含まれる食塩の量は、
- $$x \times \frac{10}{100} = \frac{x}{10}$$
- より $\frac{x}{10}$ gである。
- 次に、濃度6%のBの食塩水からxg取り出した中に含まれる食塩の量は、
- $$x \times \frac{6}{100} = \frac{3x}{50}$$
- より $\frac{3x}{50}$ gである。
- 食塩水Aからxg取り出しBのそれと入れかえると濃度8%の食塩水になったので、そこに含まれる食塩の量について
- $$10 - \frac{x}{10} + \frac{3x}{50} = 100 \times \frac{8}{100}$$

が成り立つ。これを解いて
 $x = 50$
 これは題意に適する。
 よって、 $x = 50$

答え： $x = 50$

<<別解>>

10%の食塩水と6%の食塩水を混ぜ合わせて、その平均である8%の食塩水になったので、 x g取り出して残ったAとBから取り出した x gが同量になる。よって
 $100 - x = x$
 これを解いて、 $x = 50$

(2)

(ア) 東京から盛岡までの540 kmを平均時速240 kmで走るの、その所要時間は

$$\frac{540}{240} = \frac{9}{4}$$

より $2\frac{1}{4}$ 時間であり、

$$60 \times \frac{1}{4} = 15$$

より $\frac{1}{4}$ 時間は15分である。

よって、求める所要時間は2時間15分

答え：2時間15分

(イ) (ア)と同じように、盛岡から新函館北斗までの330 kmを平均時速150 kmで走るの、その所要時間は

$$\frac{330}{150} = \frac{11}{5}$$

より $\frac{11}{5}$ 時間である。よって、東京から新函館北斗までの所要時間は

$$\frac{9}{4} + \frac{11}{5} = \frac{89}{20}$$

より $\frac{89}{20}$ 時間である。よって、東京から新函館北斗までの平均時速は

$$\frac{540 + 330}{\frac{89}{20}} = 870 \times \frac{20}{89}$$

$$= 195.50 \dots$$

より、小数第2位を四捨五入して195.5

答え：時速195.5 km

3

(1) 点(0, 6), B(-2, 4)を通る直線 l を、 $y = ax + b$ とすると、

$$6 = b \quad \dots\dots ①$$

$$4 = -2a + b \quad \dots\dots ②$$

となる。①を②に代入すると、

$$4 = -2a + 6$$

$$2a = 2 \quad \Rightarrow \quad a = 1, \quad b = 6$$

よって、直線 l は $y = x + 6$ となる。

答え： $y = x + 6$

(2) 放物線 $y = x^2$ と直線 l の $y = x + 6$ の交点が点B, Cなので、

$$x^2 = x + 6$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x + 2)(x - 3) = 0$$

$$x = -2, 3$$

$x = -2$ は点Bの x 座標なので、点Cの x 座標は、 $x = 3$ となる。

よって、

$$y = 3 + 6 = 9$$

C(3, 9)となる。

答え：C(3, 9)

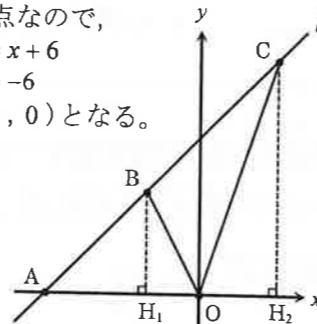
(3) 点B(-2, 4), C(3, 9)から x 軸に垂線を降ろし、その交点を H_1, H_2 とすると、 $H_1(-2, 0), H_2(3, 0)$ となる。

また、点Aは、直線 l の $y = x + 6$ と x 軸との交点なので、

$$0 = x + 6$$

$$x = -6$$

A(-6, 0)となる。



$\triangle OAB$ と $\triangle OBC$ の面積比は、

$$\triangle OAB : \triangle OBC = AB : BC$$

$BH_1 \parallel CH_2$ より、

$$AB : BC = AH_1 : H_1H_2$$

よって、

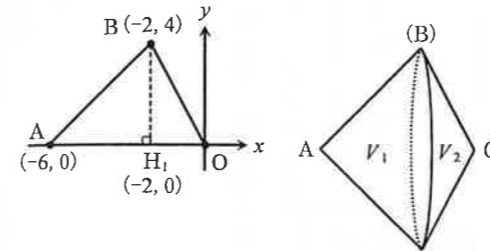
$$\triangle OAB : \triangle OBC = AH_1 : H_1H_2$$

$$= \{-2 - (-6)\} : \{3 - (-2)\}$$

$$= 4 : 5$$

答え：4:5

(4) x 軸を回転の軸として $\triangle OAB$ を回転させると、底面が半径 BH_1 の円で頂点がAの円錐、底面が半径 BH_1 の円で頂点がOの円錐を底面で合わせた立体となって、それぞれの円錐の体積を V_1, V_2 とする。



求める立体の体積を V とすると、

$$V = V_1 + V_2$$

$$= BH_1^2 \times \pi \times AH_1 \times \frac{1}{3} + BH_1^2 \times \pi \times OH_1 \times \frac{1}{3}$$

$$= BH_1^2 \times \pi \times (AH_1 + OH_1) \times \frac{1}{3}$$

$$= BH_1^2 \times \pi \times AO \times \frac{1}{3}$$

$$= 4^2 \times \pi \times 6 \times \frac{1}{3}$$

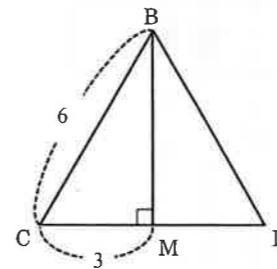
$$= 32\pi$$

答え： 32π

4

(1) $\triangle BCD$ は辺の長さが6の正三角形で、点Mが辺CDの中点より、

$$CM = CD \times \frac{1}{2} = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$



線分BMは $\triangle BCD$ の中線で、正三角形の中線は辺と垂直に交わるので、 $\triangle BCM$ は $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形になる。よって、

$$CM : BM = 1 : \sqrt{3}$$

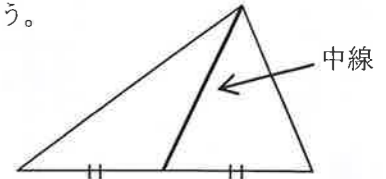
$$3 : BM = 1 : \sqrt{3}$$

これを解いて、 $BM = 3\sqrt{3}$

答え： $3\sqrt{3}$

補足

三角形の頂点と、それに向かい合う辺の中点を結んだ線分をその三角形の中線という。



(2) $\triangle BCD$ の面積は、辺CDを底辺、線分BMを高さとすると、

$$\triangle BCD = CD \times BM \times \frac{1}{2}$$

$$= 6 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$$

$$= 9\sqrt{3}$$

答え： $9\sqrt{3}$

(3) $BG : GM = 2 : 1$ であり、点GはBM上の点なので、

$$BG = BM \times \frac{2}{2+1}$$

$$= 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

$\triangle ABG$ は直角三角形なので、三平方の定理より、

$$AG^2 + BG^2 = AB^2$$

$$AG^2 + (2\sqrt{3})^2 = 6^2$$

$$AG^2 + 12 = 36$$

$$AG^2 = 24$$

$$AG > 0 \text{ より、}$$

$$AG = \sqrt{24}$$

$$= 2\sqrt{6}$$

答え： $2\sqrt{6}$

(4) 正四面体ABCDは、底面が $\triangle BCD$ 、高さがAGの三角錐なので、その体積を V とすると、

$$V = \triangle BCD \times AG \times \frac{1}{3}$$

$$= 9\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} \times \frac{1}{3}$$

$$= 18\sqrt{2}$$

答え： $18\sqrt{2}$